

Пояснительная записка

Данный элективный курс «Методы решения олимпиадных задач» предназначен для учащихся 10-11 классов МБОУ «СОШ г. Бирюча», поддерживает изучение основного курса математики и способствует лучшему усвоению базового курса на основе авторских программ А. В Фаркова и С. А Субханкуловой. Данный элективный курс можно использовать для учащихся, изучающих математику, как на профильном, так и на базовом уровне.

В образовательном процессе используется следующий учебно-методический комплект:

1. Фарков А. В. Методы решения олимпиадных задач. 10-11 классы. – М.: ИЛЕКСА, 2014

2. Субханкулова С. А. Задачи с параметрами. – М.: ИЛЕКСА, 2010

Основная задача обучения математике в школе – обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. Элективные курсы представляют собой новейший механизм дифференциации и индивидуализации процесса обучения. Их введение позволит учащимся определить свою программу обучения и получить образование с углублением в любую область знаний (выбранную самим учеником).

Тематика и содержание данного элективного курса отвечает следующим требованиям:

- поддержание изучения базового курса алгебры;
- социальная и личностная значимость: повышается уровень образованности учащихся, расширяется их кругозор, удовлетворяются познавательные интересы в области математики;
- обладание значительным развивающим потенциалом (развитие математического мышления, умения систематизировать, обобщать, делать выводы).

Основная форма изложения теоретического материала – лекция. На всех практических занятиях должна присутствовать самостоятельная работа учащихся: как индивидуально, так и в группах. Такая организация учебной деятельности способствует реализации поставленных целей курса, так как развитие способностей учащихся возможно лишь при сознательном, активном участии в работе самих школьников.

Содержание курса может быть освоено как в коллективных, так и в индивидуально-групповых формах. Численность учебной группы может быть любой.

Цель курса: ознакомление учащихся с основными методами решения олимпиадных задач, а также методикой проведения различных математических соревнований.

Задачи обучения:

- расширить и углубить знания учащихся по математике;
- развить математическое мышление и способности учащихся;
- подготовить к сдаче ЕГЭ и продолжению успешного обучения в вузе.

Основными формами организации учебно-познавательной деятельности на данном курсе являются лекции, практикумы, математические соревнования.

Программа элективного курса составлена на 2 года обучения и предполагает занятия с учащимися по 1 часу в неделю. Объем курса — 68 часов.

Требования к уровню подготовки обучающихся по элективному курсу

В результате изучения данного элективного курса учащиеся

должны знать:

- основные виды математических соревнований и правила их проведения;
- основные методы и приемы решения олимпиадных задач по математике;
- понятие параметра;

- алгоритмы решений задач с параметрами;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра;
- свойства решений уравнений, неравенств и их систем.

должны уметь:

- применять изученные методы и приемы при решении олимпиадных задач уровня сложности не ниже задач, предлагаемых на районных (городских) олимпиадах;
- решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметрами.

Учебно-тематический план

10 класс

| Темы (разделы) | Авторская программа | Рабочая программа |
|---|---------------------|-------------------|
| Вводное занятие | 2 | 2 |
| Принцип Дирихле | 2 | 2 |
| Инварианты | 2 | 2 |
| Уравнения в целых числах | 2 | 3 |
| Уравнения, содержащие антье-функцию | 2 | 3 |
| Олимпиадные задачи по арифметике | 2 | 3 |
| Олимпиадные задачи по алгебре | 2 | 3 |
| Нестандартные уравнения | 4 | 4 |
| Олимпиадные задачи по геометрии | 2 | 3 |
| Логические задачи | 2 | 2 |
| Другие методы решения олимпиадных задач | 2 | 3 |
| Повторение | 2 | 2 |
| Итоговое занятие | 2 | 2 |
| <i>Итого</i> | 28 | 34 |

11 класс

| Темы (разделы) | Авторская программа | Рабочая программа |
|---|---------------------|-------------------|
| Линейные уравнения и уравнения, приводимые к линейным. Линейные неравенства и неравенства, приводимые к линейным. | 4 | 4 |
| Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным. Квадратные неравенства | 4 | 4 |
| Квадратный трехчлен, разложение корней квадратного трехчлена. | 4 | 4 |
| Решение иррациональных уравнений, неравенств и систем. | 3 | 3 |
| Решение трансцендентных уравнений и неравенств. | 4 | 4 |
| Графические интерпретации. Решение уравнений и неравенств при некоторых начальных условиях | 3 | 3 |
| Решение систем с параметром. Применение производной при решении некоторых задач с параметром. | 4 | 4 |
| Параметры. Задания для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы. 11 класс | 3 | 3 |
| Задания с параметром части 3 единого государственного экзамена (ЕГЭ) | 5 | 5 |
| <i>Итого</i> | 34 | 34 |

В данную программу элективного курса внесены следующие изменения в связи с тем, что автор выделил недостаточное количество часов на изучение некоторых тем. Изучение тем «Уравнения в целых числах», «Уравнения, содержащие антье-функцию», «Олимпиадные задачи по арифметике», «Олимпиадные задачи по алгебре», «Олимпиадные задачи по геометрии», «Другие методы решения олимпиадных задач» увеличено на 1 час.

Содержание обучения

10 класс

Вводное занятие

Понятие олимпиадной задачи. Виды олимпиадных задач. Примеры решения олимпиадных задач различными методами.

Принцип Дирихле

Различные формулировки принципа Дирихле, применение принципа Дирихле к решению разнообразных задач. Алгоритм решения задач на принцип Дирихле.

Инварианты.

Понятие инварианта. Виды инвариантов. Четность и нечетность: основные типы задач. Остатки от деления. Раскраска.

Уравнения в целых числах

Решение уравнений второй степени и выше в целых числах, основные приемы. Решение систем уравнений и задач в целых числах. •

Уравнения, содержащие антье-функцию

Определение, основные свойства и график антье-функции. Целая и дробная части числа, примеры. Основные методы решения уравнений, содержащих антье-функцию.

Олимпиадные задачи по арифметике

Основные типы олимпиадных задач по арифметике, приемы их решения.

Олимпиадные задачи по алгебре

Основные типы олимпиадных задач по алгебре, приемы их решения.

Нестандартные уравнения

Понятие нестандартного уравнения. Основные приемы решения нестандартных уравнений.

Олимпиадные задачи по геометрии

Основные типы олимпиадных задач по геометрии, приемы их решения.

Логические задачи

Логические задачи и методы их решения.

Другие методы решения олимпиадных задач

Принцип «крайнего», графы, делимость.

Повторение

Решение задач разными методами.

Итоговое занятие

Виды математических соревнований. Проведение математического соревнования. Анализ основных ошибок, допущенных учащимися. Решение наиболее трудных задач. Индивидуальные задания для устранения пробелов.

11 класс

Линейные уравнения и уравнения, приводимые к линейным. Линейные неравенства и неравенства, приводимые к линейным

Линейные уравнения, уравнения, приводимые к ним. Дробно-линейные уравнения.

Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным. Квадратные неравенства

Квадратные уравнения. Соотношение между корнями квадратных уравнений. Взаимное расположение корней квадратного уравнения. Задачи на нахождение наибольших и

наименьших значений. Системы уравнений. Уравнения, приводимые к квадратным. Квадратные неравенства.

Квадратный трехчлен, расположение корней квадратного трехчлена

Квадратный трехчлен. Разложение на множители квадратного трехчлена. График функции $x^2 + px + q = 0$.

Решение иррациональных уравнений, неравенств и систем

Различные методы решения иррациональных уравнений и неравенств в зависимости от условия. Уравнения, приводимые к квадратным заменой переменных и др.

Решение трансцендентных уравнений и неравенств

Показательные, логарифмические уравнения и неравенства. Методы решения. Не-стандартные приемы решения. Использование свойств показательной и логарифмической функций.

Графические интерпретации. Решение уравнений и неравенств при некоторых начальных условиях

Графические приемы решения задач с параметрами

Решение систем с параметром. Применение производной при решении некоторых задач с параметром

Производная. Исследование функции с помощью производной.

Параметры. Задачи для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы. 11 класс

Задания с параметром части 3 единого государственного экзамена (ЕГЭ)

Формы и средства контроля

Согласно Положению о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, обучающихся в муниципальном бюджетном общеобразовательном учреждении «Средняя общеобразовательная школа г. Бирюча» формы контроля школа определяет следующие: вводный контроль, текущий контроль, периодический контроль, полугодовая аттестация, годовая аттестация, государственная итоговая аттестация.

Формами контроля качества усвоения содержания учебных программ обучающихся являются:

- формы письменной проверки: письменная проверка - это письменный ответ обучающегося на один или систему вопросов (заданий). К письменным ответам относятся: домашние, практические, творческие работы;
- формы устной проверки: устная проверка – зачет. При проведении контроля качества освоения содержания учебных программ обучающихся могут использоваться информационно коммуникационные технологии.

Оценочные материалы

| Контрольное мероприятие | Класс | |
|-------------------------|-------|--------------------|
| Математический бой | 10 | Тексты прилагаются |
| Зачет | 11 | |

Перечень учебно-методических средств обучения

Литература (основная и дополнительная)

1. *Фарков А. В.* Методы решения олимпиадных задач. 10-11 классы. – М.: ИЛЕКСА, 2014
2. *Субханкулова С. А.* Задачи с параметрами. – М.: ИЛЕКСА, 2010

3. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. – М.: ИЛЕКСА, Харьков: Гимназия, 2005
4. Ахаганов Н. Х., Подлипский О.К. Математика. Районные олимпиады. 6-11 классы. – М.: Просвещение, 2010
5. Садовничий Ю. В. Решение задач и уравнений в целых числах. – М.: Издательство «Экзамен», 2015
6. Колесникова С. И. Математика. Решение сложных задач Единого государственного экзамена. – М.: Айрис-пресс, 2007
7. Сергеев И.Н. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. Все задания группы С «Закрытый сегмент». – М.: Издательство «Экзамен», 2013
8. Смирнова И. М., Смирнов В. А. ЕГЭ. Геометрия. Тела и поверхности вращения. – М.: Издательство «Экзамен», 2011

Оборудование и приборы, средства материально-технического обеспечения

| № | Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения | Дидактическое описание | % оснащенности |
|--|---|--|----------------|
| БИБЛИОТЕЧНЫЙ ФОНД (КНИГОПЕЧАТНАЯ ПРОДУКЦИЯ) | | | |
| | Учебник по алгебре и началом математического анализа 10-11 класс | В библиотечный фонд входят комплекты учебников, рекомендованных или допущенных министерством образования и науки Российской Федерации. | 100% |
| | Авторские программы по курсам математики | Входит в состав обязательного программно-методического обеспечения кабинета математики | 2/2 |
| | Научная, научно-популярная, историческая литература | Необходимы для подготовки докладов, сообщений, рефератов, творческих работ и должны содержаться в фондах библиотеки образовательного учреждения. | 6/6 |
| | Справочные пособия (энциклопедии, словари, сборники основных формул и т.п.) | Необходимы для подготовки докладов, сообщений, рефератов, творческих работ и должны содержаться в фондах библиотеки образовательного учреждения. | 6/6 |
| | Методические пособия для учителя | Входит в состав обязательного программно-методического обеспечения кабинета математики | 2/2 |
| ПЕЧАТНЫЕ ПОСОБИЯ | | | |

| | | | |
|---|--|---|-----|
| | Портреты выдающихся деятелей математики | В демонстрационном варианте должны быть представлены портреты математиков, вклад которых в развитие математики представлен в стандарте. | 1/1 |
| ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАТИВНЫЕ СРЕДСТВА | | | |
| | <p>Перечень сайтов</p> <p>http://www.prosv.ru - сайт издательства «Просвещение» (рубрика «Математика»)</p> <p>http://www.drofa.ru - сайт издательства Дрофа (рубрика «Математика»)</p> <p>http://www.legion.ru – сайт издательства «Легион»</p> <p>http://www.intellectcentre.ru – сайт издательства «Интеллект-Центр» (учебно-тренировочные материалы, демонстрационные версии, банк тренировочных заданий с ответами, методические рекомендации и образцы решений)</p> <p>http://mathege.ru/or/ege/Main - открытый банк заданий ЕГЭ по математике</p> <p>http://center.fio.ru/som/ - сетевое объединение методистов (методические материалы по предметам)</p> <p>http://teacher.fio.ru/ - каталог всевозможных учебных и методических материалов по всем аспектам преподавания в школе</p> <p>http://school.holm.ru - школьный мир (каталог образовательных ресурсов)</p> <p>www.ug.ru - «Учительская газета»</p> <p>www.1september.ru - все приложения к газете «1 сентября»</p> <p>www.informika.ru/text/magaz/herald – «Вестник образования»</p> <p>http://school-collection.edu.ru – единая коллекция цифровых образовательных ресурсов</p> <p>http://www.mcsme.ru - московский центр непрерывного математического образования</p> <p>http://www.mathematics.ru - открытый Колледж. Математика</p> <p>http://math.child.ru - сайт для учителей математики</p> <p>http://matematika-na5.narod.ru/ - математика на 5! Сайт для учителей математики</p> <p>http://www.uotula.ru/cgi-bin/index.cgi?id=98 - методические рекомендации учителям математики</p> | | |

| | | | |
|---|---|--|------|
| | http://www.mathvaz.ru/ - досье школьного учителя математики | | |
| ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ | | | |
| | Мультимедийный компьютер | Тех. требования: графическая операционная система, привод для чтения-записи компакт дисков, аудио-видео входы/выходы, возможность выхода в Интернет. Оснащен акустическими колонками, микрофоном и наушниками. | 1/1 |
| | Мультимедиапроектор | Тех. требования: графическая операционная система, привод для чтения-записи компакт дисков, аудио-видео входы/выходы, возможность выхода в Интернет. Оснащен акустическими колонками, микрофоном и наушниками. | 1/1 |
| | Средства телекоммуникации | Включают: электронная почта, выход в Интернет, создаются в рамках материально-технического обеспечения всего образовательного учреждения | 1/1 |
| | Экран (на штативе или навесной) | Минимальные размеры 1,25x1,25 м. | 1/1 |
| УЧЕБНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ И УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ | | | |
| | Аудиторная доска с магнитной поверхностью и набором приспособлений для крепления таблиц | | 1/1 |
| | Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30°, 60°), угольник (45°, 45°), циркуль | Комплект предназначен для работы у доски. | 1/1 |
| СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ УЧЕБНАЯ МЕБЕЛЬ | | | |
| | Компьютерный стол | | 1/1 |
| | Шкаф секционный для хранения оборудования | | 1/1 |
| | Шкаф секционный для хранения литературы и демонстрационного оборудования (с остекленной средней частью) | | 1/1 |
| | Стенд экспозиционный | | 1/1 |
| | | Общий процент оснащенности | 100% |

Оценочные материалы

10 класс

Задача 1. Александр, Борис и Виктор решили 100 задач, причем каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу «трудной», если её решил только один из мальчиков, и «легкой», если её решили все три мальчика. Докажите, что «трудных» задач на 20 больше, чем «легких».

Задача 2. Шесть команд провели турнир по волейболу (в один круг). Все команды набрали разное количество очков. Как сыграли между собой команды, занявшие третье и четвертое места?

Задача 3. Внутри квадрата со стороной 1 см находится несколько окружностей, сумма длин которых равна 10 см. Докажите, что найдется прямая, пересекающая по крайней мере четыре из этих окружностей.

Задача 4. Вычислите значение выражения $\sqrt{2002 * 2003 * 2004 * 2005 + 1}$ не применяя калькулятора.

Задача 5. Докажите, что уравнение $x^2 + y^2 = 3(z^2 + t^2)$ не имеет решения в натуральных числах.

Задача 6. Докажите, что любой выпуклый многоугольник площади 1 можно поместить в прямоугольник площади 2.

11 класс

1. Найдите все значения параметра a , при которых каждое решение неравенства $(0,4)^{x^2+1} \geq (6,25)^{a-3x}$ является решением неравенства $x^2 - a^2 < 6x - 4$.

2. Найдите все значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x + 4a > 5\sqrt{ax}$ содержит все члены некоторой бесконечной арифметической прогрессии, первый член которой меньше a , а разность которой равна 225.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства $a^2 + 8a < \frac{4a^2}{x} - x(x - 2a - 4)$ содержит какой-либо отрезок длиной 2, но не содержит никакого отрезка длиной 3.

4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 - 4x - 5)(x^2 - x - 6)(x^2 - 7x + 6) = a$ имеет нечетное число различных корней.

5. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых система
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 6x - 9y + 14 = -a(a+5), \\ a = 7y - x^2 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение.

6. Найдите все положительные значения числа t , при которых ровно при двух различных положительных значениях x одновременно выполняются следующие два условия $(24x - 9t + 5)(t - 9x^2 + 5) \geq 0$ и $\cos\left(4\pi x - \frac{2\pi}{3}\right) = 1$.

7. Найдите все значения параметра a , при которых число решений уравнения $a^2(2x + a^2 - 1) = x(3x - 1)$ не превосходит числа решений уравнения $4x + x^3 = \left(4^a - \frac{1}{2}\right)\sqrt{1-3a} - (2a+1)^2 4$.

8. Найдите все положительные значения параметра a , при которых множество решений неравенства $a^{3x^2-4ax} \cdot 9^{4a-0,5} \geq 3^{3x-1}$ не имеет общих точек с промежутком $(1; 4)$.

9. Даны два уравнения: $2\sqrt{(6p-70)x+5p-42} = p-1-4x$ и $\left(1+2^{\frac{p-11}{p-15}}\right)^x = 28-3x$. Значение параметра $p \neq 15$ выбирается так, что при умножении числа различных корней первого уравнения на число различных корней второго уравнения получается число $0,25(p-7)$. Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

10. В области определения функции $y = \left(a^a - a^{\frac{5x+2}{x+2}}\right)^{-0,5}$ взяли все целые положительные числа и сложили их. Найдите все значения, при которых такая сумма будет больше 5, но меньше 10.